2· 項目簡介

(*項目所屬科學技術領域、主要研究內容、發現點、科學價值、同行引用及評價等內容。*)

本項目所依據的研究成果是跨(多)學科的. 涉及信號分析，調和分析，單與多複變分析，Clifford 分析，單與多變量函數的逼近論，物理學及信號分析領域中的測不准原理，信號時頻分佈理論，控制論. 本項目成果是具有里程碑意義的新發現.

定義瞬時頻率的企圖引出若干悖論，或疑難 （見 L. Cohen）. 該信号分析疑難的破解引導調和分析及複分析的協同考察. 焦點集中在複 Hardy 空間的理論上. 以我們作為先驅者之一所發展的調和分析的複方法正在形成熱門課題（見 Coifman et al 文章 https://scholar.google.com/citations?hl=en&user=z87PLsgAAAAJ&view_op=list_works&sortby=pubdate）. 基於解析相位導數的研究， 我們有以下三個方面主要成果：

(1)提出一種稱為 Hardy-Sobolev 導數（實分析，調和分析，及複分析）的新型導函數. 該新概念是基於對迄今存在的所有主要類型的導函數的研究, 包括經典的， 弱型的， 解析邊值的，以及角型的導函數， 等等，而得到的. 該種導函數的存在不依賴於所研究的函數的可微性或連續性：它對粗糙的信號，對於幾乎處處有定義的信號均可定義， 且對於在一個 Lebesgue 等價函數類中的所有信號是唯一確定的. 它具有廣泛適用性的一面，又有理想解析性的一面，通常被考慮為魚與熊掌不可兼得的矛盾性得到統一.

(2)解析相位導數的應用導致了迄今最強的 Heisenberg 型測不准原理（超強測不准原理，屬於調和分析與信號分析）. 信號分析中的 Heisenberg 型不確定原理的發展具有三個里程碑，分別由"重要科學發現"部分中的不等式(1), (2), (3)給出：

(i) 經典測不准原理，縮寫為 UP，(D. Gabor, 1947)，由不等式 (1) 給出;
(ii) 強測不准原理，簡稱為 SUP，(L. Cohen, 1995)，由不等式 (2) 給出;
(iii) 超強測不准原理，簡稱為 ESUP, 由我們在 2013 年[1]中首次證明提出，由不等式 (3) 給出. 之後我們將 ESUP 推廣到分數階 Fourier 變換，線性規範變換，週期信號以及 Clifford 空間，並已在數學方面的權威雜誌 (例如，Journal of Functional Analysis， Journal of Mathematical Analysis and Applications)，以及工程界有名望的雜誌 (例如, IEEE Transactions on Signal Processing) 上發表.

(3)提出循环 AFD 的理論及算法(Cyclic Adaptive Fourier Decomposition) (屬於複變函數逼近理論）. 鑒於並不是所有的物理可實現信號都存在有合格的（可定義的及正的）瞬時頻率，信號分析的實踐要求我們找到合格的信號的正頻率分解. 合格的準則之一是分解的穩定性. 按一定形式的較快的正頻率分解具有較高的穩定性. 這就是信號理論與逼近理論的聯繫. 借助於信號正頻率分解我們建立了信號分析學者及工程人員長年所求的 Dirac 型時頻分佈理論 （屬信號分析領域）. 該算法在系統辨識（控制

論領域）中有有效應用，發表在該領域世界頂尖級雜誌上（Automatica）. 它不僅用於快速因而穩定的正頻率信號分解，並且給出傳統逼近論中近百年難題，即以給定階數有理函數的最佳逼近問題，的一個有條件解. 所論及的一維理論被推廣到高維數空間，涉及多複變分析，四元數，及 Clifford 分析（超複變數分析）.

以上成果得到世界著名信號分析大家 L. Cohen 的高度評價（見 L. Cohen 的推薦信）. 美國科學院資深院士，耶魯大學數學系教授 R. Coifman 在他 2015 年文章中大量引用該研究組的成果（6 篇），證實了我們研究成果的超前性質（見"第三方評價"）.

參與此項目（提交論文中有署名）的博士生三人，分別是澳門大學的米文，王晉勳以及莫豔.

（字數不超過 1200 字）