

## 2. 項目簡介

(項目所屬科學技術領域、主要研究內容、發現點、科學價值、同行引用及評價等內容。)

1. 引入和發展了四元數和 Clifford 線性正則分析理論：
  - 1.1 橢球波函數 (PSWFs) 與能量密度問題的聯繫是早於 60 年代由 Slepian 和 Pollak 首次提出的。橢球體波函數又名 Slepian 函數。在線性正則分析 (LCT) 下, 我們提出一種新型的 Clifford 橢球波函數 [1] 的研究。揭開了高維空橢球波函數與能量密度問題間的聯繫。由此掀起了一系列關於 PSWFs 研究的持續熱潮。
  - 1.2 四元數 Fourier 變換在高維信號和圖像表示中起著至關重要的作用, 而四元數線性正則變換 (QLCT) 是 Fourier 變換和分數階 Fourier 變換的推廣, 是一種有效的 Chirp 信號分析的處理工具。我們在 QLCT 下, 建立了廣義的 Riemann-Lebesgue 引理和 Bochner-Minlos 定理 [2]。開發了 Clifford 下的 LCT。建立了 LCT 的各種性質以及 Plancherel 定理, 給出了線性正則變換下, 超復信號的不確定性原理 [3, 4]。在這些原理的幫助下, 發展高維的抽樣理論, 濾波器設計和信號重建。
  - 1.3 引入和研究四元數線性正則變換下的 Wigner Ville 分佈理論 [7]。
  - 1.4 根據給出不同的四元數線性正則變換, 提出相應新的四元數 Hilbert 變換 [5, 8, 9], 以此定義相關的解析信號 [5, 7, 8, 9]。擴展和豐富了四元數解析函數理論。這是至關重要的核心基礎。
2. 有效應用:
  - 2.1 提出了兩個新的四元數表示分類的方法 (QCRC 和 QSRC) [6] 來進行彩色人臉識別 (FR)。理論結果保證了 QCRC 和 QSRC 在柔和條件下, 彩色阻燃成功。另外, 我們也設計了高效的算法解決 QCRC 和 QSRC 的四元數優化問題。基準數據庫上廣泛的 FR 實驗驗證了所提出的彩色 FR 方法的有效性。這篇成果被高度顯著。多次被頂級期刊論文 (SCIE 影響因子 6.108, 4.828, 7.384) 引證作為研究算例和參數。
  - 2.2 研究四元數線性正則的解析函數理論 [5, 7, 8, 9], 開發了包絡檢測器 [5], 並應用到彩色圖像處理中。根據不同的四元數線性正則變換方式, 提出相應的高維四元數 Hilbert 變換, 以此定義相關的解析信號。此類解析信號可以抑制其 QLCT 域中的負頻率分量。利用四元數局部增幅和相位, 給出斬新的圖像邊緣檢測器 [9] 的算法。Clifford 解析信號是另一種高維解析信號, 是近 20 年來的研究熱點。將 Clifford 解析信號表示成極坐標形式後, 我們將得到該解析信號的特徵表示, 如局部振幅和相位。研究推廣的 Cauchy-Riemann 方程, 來分析局部振幅和相位的關係, 以此得到圖像邊緣檢測 [8] 的另類新方法。
  - 2.3 利用研究的四元數線性正則變換下的 Wigner Ville 分佈理論 [7], 用作估計信號瞬時頻率的方法, 並利用該估計器做調幅-調頻信號的瞬時頻率的研究。提出了一種新的四元數檢測算法給出線性調頻信號。
  - 2.4 基於四元數和傅立葉分析, 研究了一類四維線性系統的最優化控制問題 [10]。證明當控制不受約束時, 最優的控制系統的控制器的按照橢球波函數 (PSWFs) 給出的。對於

這樣系統的約束凸優化問題，二次規劃被提出來並獲得最優控制律。

(字數不超過 1200 字)